

מידול התודעה באמצעות הסתברויות קוונטיות

עיון קוגניטיבי-קוונטי בתודעה ובקבלת החלטות

מאת:

הרב יצחק שפירא

גלעד הרמן

ישיבת "עוד יוסף חי"

כל הזכויות שמורות © תשפ"ה

אין להעתיק, לשכפל, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או להעביר חלק כלשהו מהחיבור הזה בכל אמצעי ובכל דרך – אלקטרונית, אופטית, מכנית או אחרת – בלי קבלת רשות בכתב מן המחברים.

גרסה: 1.0

תאריך: כ"ח איר תשפ"ה

יצירת קשר: [gilad419@gmail.com]

מסמך זה חלק מסדרת מחקרים בנושא הסתברות, תודעה ודינמיקות נפשיות.

מכניקת המטריצות להדמיית הסתברויות

כדי לתאר את התודעה הקוונטית של האדם (וכך לתת פשר לתופעות כמו הדיסיונקציה שנצפית בניסוי טברסקי ושפיר) באמצעות הכלים המובהקים של מכניקת הקוונטים, נשתמש בפורמליזם של **מרחב הילברט (Hilbert Space)**, **כתיב ברה-קט (Dirac Notation)**, **ומכניקת המטריצות (Density Matrices)**.

המתמטיקה הזו מדגימה בצורה אלגנטית כיצד ה"התאבכות" היא למעשה תוצר ישיר של המבנה המטריצוני של התודעה.

1. הגדרת המרחב ובסיס המצבים (Hilbert Space & Basis)

נניח כי תהליך עיבוד המידע של מקבל ההחלטה מיוצג במרחב הילברט דו-ממדי מרוכב $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$. מרחב זה מאפשר לנו לתאר מצבים של "ידע חלקי" או "חוסר ודאות" כוקטורי יחידה. נגדיר בסיס אורתונורמלי המייצג את מצבי הידע הבדידים (הסדקים):

$$\begin{aligned} |e_1\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \bullet \text{ מצב ודאי 1 (עבר את המבחן):} \\ |e_2\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \bullet \text{ מצב ודאי 2 (נכשל במבחן):} \end{aligned}$$

2. אופרטור המדידה ועקרון הנורמליזציה (The Closed System Operator)

נגדיר אופרטור הטלה \hat{M} המייצג את ההחלטה (למשל, "לקנות כרטיס"). במודל הסגור, אנו מניחים כי עוצמת המדידה הכוללת היא משאב מוגבל המשתמר במערכת.

וקטור המדידה, המכיל את המשרעות (Amplitudes) המותנות, יוגדר כך:

$$|buy\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{P_1} \\ \sqrt{P_2} \end{pmatrix}$$

כאשר P_1 ו- P_2 הן ההסתברויות שנמדדו במצבים הוודאיים. אופרטור המדידה המנורמל עבור מצב של שני סדקים פתוחים יחושב כך שהמשרעות יחולקו ב- $\sqrt{2}$ (כדי לשמור על עוצמה מקסימלית של 100% במקרה של התאבכות בונה מלאה):

$$\hat{M} = \frac{1}{2} |buy\rangle \langle buy| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_1 & \sqrt{P_1 P_2} \\ \sqrt{P_1 P_2} & P_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1/2 & \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{2} \\ \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{2} & P_2/2 \end{pmatrix}$$

3. וקטור התודעה בסופרפוזיציה (The State Vector)

כאשר הסטודנט לא יודע את התוצאה, המוח שלו לא בוחר צד, אלא מצוי בסופרפוזיציה קוהרנטית של שני המצבים, בהסתברות שווה (50/50), יחד עם פאזה פנימית מרוכבת ϕ המייצגת את הקונפליקט התודעתי:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|e_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\phi}|e_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

4. מכניקת המטריות: מטריצת הצפיפות (Density Matrix)

במקום לעבוד עם וקטורים, נייצג את התודעה באמצעות מטריצת הצפיפות ρ . זהו הכלי החזק ביותר במכניקת הקוונטים, שכן הוא חושף את "איברי הקוהרנטיות" (ההתאבכות):

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & e^{-i\phi} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & e^{-i\phi} \\ e^{i\phi} & 1 \end{pmatrix}$$

שים לב למבנה של ρ :

- האלכסון הראשי (1 ו-1) מייצג את ההסתברויות הקלאסיות (50% להיות בכל מצב).
- האיברים מחוץ לאלכסון ($e^{i\phi}$ ו- $e^{-i\phi}$) הם אלו שמוחקים את הפיזיקה הקלאסית ויוצרים את ההתאבכות.

4. גזירת נוסחת ההסתברות הכוללת (כלל בורן)

ההסתברות הסופית P_{Total} מתקבלת מחישוב העקבה (Trace) של מכפלת האופרטורים:

$$P_{Total} = Tr(\rho\hat{M})$$

על ידי ביצוע כפל המטריות וחיבור איברי האלכסון, אנו מקבלים:

$$P_{Total} = \frac{1}{2} \left(\frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{2} + \frac{\sqrt{P_1P_2}}{2}e^{-i\phi} + \frac{\sqrt{P_1P_2}}{2}e^{i\phi} \right)$$

בעזרת נוסחת אוילר ($e^{i\phi} + e^{-i\phi} = 2 \cos \phi$), אנו מגיעים למשוואת היסוד של המודל הסגור:

$$P_{Total} = \frac{P_1 + P_2}{4} + \frac{\sqrt{P_1P_2}}{2} \cos(\phi)$$

1. קו הבסיס (Baseline): במודל זה, הממוצע הקלאסי צונח ל- $\frac{P_1 + P_2}{4}$ עקב חלוקת האנרגיה בין שני הסדקים.

2. איבר ההתאבכות: הגורם $\frac{\sqrt{P_1 P_2}}{2} \cos(\phi)$ הוא האחראי לסטייה מקו הבסיס, והוא זה שמאפשר למדל את הדסיונקציה כהתאבכות בונה או הורסת במרחב ההחלטות.

המחשה: יישום המודל הסגור על ניסוי טברסקי ושפיר

כדי לקחת את המשוואות של מכניקת הקוונטים ולהמחיש אותם על מספרים אמיתיים, נדגים את החישוב הקוונטי עבור ניסוי טברסקי ושפיר תחת הנחת העבודה של מערכת סגורה ושימור אנרגיה.

ניקח את הנתונים המקוריים מהניסוי ($P_1 = 59\%$, $P_2 = 69\%$, $P_3 = 35\%$), ונראה כיצד הם מיוצגים במכניקת המטריצות של הייזנברג ודיראק. במודל סגור, האנרגיה מתפצלת במקור, ולכן קו הבסיס הקלאסי שלנו נמוך מ-35%, מה שידרוש התאבכות בונה (זווית חדה של $\phi = 84.6^\circ$) כדי להגיע לתוצאה המדודה.

שלב 1: בניית אופרטור ההחלטה \hat{M} (הסדקים והמסך)

אופרטור זה מתאר את "מכשיר המדידה" - פוטנציאל הקנייה של הסטודנט. במערכת משמרת אנרגיה, כאשר שני הסדקים נפתחים, המשרעות (האמפליטודות) מתפצלות במקור ומופחתות בפקטור של $\sqrt{2}$. כתוצאה מכך, ההסתברויות הישירות (שהן ריבוע המשרעת) נחתכות בדיוק בחצי.

ההסתברויות המונחתות על האלכסון הן:

$$\frac{0.59}{2} = 0.295, \quad \frac{0.69}{2} = 0.345$$

פוטנציאל ההתאבכות מחוץ לאלכסון הוא שורש המכפלה של ההסתברויות המונחתות:

$$\frac{\sqrt{0.59 \times 0.69}}{2} = \sqrt{0.295 \times 0.345} \approx 0.319$$

מטריצת המדידה תיראה כך:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} P_1/2 & \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{2} \\ \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{2} & P_2/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.295 & 0.319 \\ 0.319 & 0.345 \end{pmatrix}$$

המשמעות הפיזיקלית:

האלכסון (0.295 ו-0.345): אלו הן ההסתברויות המפוצלות. כאשר התודעה עומדת מול שתי אפשרויות, המשאב הקוגניטיבי מתחלק ביניהן.

מחוץ לאלכסון (0.319): זוהי מעטפת ההתאבכות המקסימלית האפשרית (הגבול העליון של הגל) במודל הסגור.

שלב 2: בניית מטריצת הצפיפות ρ (מצב התודעה)

מטריצת הצפיפות מתארת את מצב הידע של הסטודנט כשהוא בחוסר ודאות. תשומת הלב שלו מתחלקת שווה בשווה (ולכן 0.5 באלכסון). במודל שלנו, הקונפליקט הרגשי מוערך כהתאבכות בונה עם פאזה של $\phi = 84.6^\circ$.

נשתמש בזהות אוילר כדי להמיר את הפאזה למספרים מרוכבים:

$$\cos(84.6^\circ) \approx 0.094$$

$$\sin(84.6^\circ) \approx 0.995$$

האקספוננט המרוכב $e^{i84.6^\circ}$ שווה ל: $0.094 + 0.995i$.

מכיוון שהאקספוננט במטריצה מוכפל בחצי (0.5), איברי מחוץ לאלכסון יהיו:

$$0.5 \times (0.094 \pm 0.995i) = 0.047 \pm 0.498i$$

מטריצת התודעה תיראה כך:

$$\rho = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5e^{-i84.6^\circ} \\ 0.5e^{i84.6^\circ} & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.047 - 0.498i \\ 0.047 + 0.498i & 0.5 \end{pmatrix}$$

המשמעות הפיזיקלית:

האלכסון (0.5 ו-0.5): החלוקה ההסתברותית הרגילה של חוסר ודאות (מצב הידע הנקי).

המספרים המרוכבים $(0.047 \pm 0.498i)$: אלו הם איברי הקוהרנטיות המייצרים את ההתאבכות. החלק הממשי החיובי (0.047) משמש כ"מנוע" שירים את ההסתברות הכללית כלפי מעלה בהמשך החישוב.

שלב 3: הפעלת כלל בורן (חישוב העקבה)

כדי למצוא את ההסתברות הסופית כפי שנמדדה בניסוי, מחשבים את העקבה (Trace) של מכפלת שתי המטריצות: $Tr(\rho \hat{M})$. העקבה היא סכום איברי האלכסון של המטריצה החדשה.

1. הממוצע הקלאסי המונחת (מכפלת האלכסונים):

$$(0.5 \times 0.295) + (0.5 \times 0.345) = 0.1475 + 0.1725 = 0.320$$

(זהו קו הבסיס במערכת משמרת אנרגיה, שעומד על כ-32.0% – 31.9%).

2. תרומת גורם ההתאבכות (מכפלת מחוץ לאלכסון):

נכפיל את המעטפת (\hat{M}) במספרים המרוכבים של התודעה (ρ) :

$$0.319 \times (0.047 - 0.498i) + 0.319 \times (0.047 + 0.498i)$$

החלקים המדומים (עם ה- i) נגדיים ולכן מבטלים זה את זה לחלוטין. אנו נשארים עם החלק הממשי הטהור:

$$0.319 \times 0.047 + 0.319 \times 0.047 \approx 0.015 + 0.015 = 0.030$$

(זוהי ההתאבכות הבונה שמוסיפה 3.0% להסתברות).

3. התוצאה הסופית (The Trace):

$$P_{Total} = 0.320 + 0.030 = 0.35 \Rightarrow 35\%$$

סיכום:

אופרטור \hat{M} בנה את זירת הניסוי תוך חיתוך האמפליטודות במקור, מה שהוריד את קו הבסיס ל-32%. מטריצת התודעה ρ ייצגה את מצב חוסר הוודאות עם נטייה רגשית חיובית קלה. חישוב העקבה

$Tr(\rho\hat{M})$ חושף באלגנטיות כיצד אותם 3% חסרים צומחים בדיוק מתוך איברי הקוהרנטיות המרוכבים, ומנחיתים אותנו בדיוק על ה-35% שנמדדו במציאות.